

28. On définit dans l'ensemble  $\mathbf{Q}$  des rationnels la loi de composition  $*$  par  $x * y = x + y + \frac{1}{2}$ . On peut montrer que  $(\mathbf{Q}, *)$  a une structure de groupe abélien (commutatif). L'élément symétrique de  $\frac{3}{2}$  est :

- 1.  $-\frac{5}{2}$     2.  $-\frac{3}{2}$     3.  $-\frac{1}{2}$     4.  $\frac{1}{2}$     5.  $\frac{3}{2}$     (B. - 88).

29. Soit l'ensemble  $\mathbf{R} = \mathbf{R} \setminus \{a\}$  où  $a \in \mathbf{R}$ . Dans  $E$ , on donne la loi de composition  $*$  définie par  $x * y = x + y + \frac{2}{3}xy$ .

Dans  $E$ , on peut montrer que la loi  $*$  est commutative et son élément neutre est 0. Quelle est la valeur de «  $a$  » pour que  $(E, *)$  soit un groupe commutatif ?

1.  $\frac{3}{2}$     2.  $\frac{2}{3}$     3.  $-\frac{2}{3}$     4.  $-\frac{3}{2}$     5.  $-1$     (B. - 89)

30. On définit dans  $\mathbf{R}$  la loi notée  $*$  telle que pour tout  $(a, b) \in \mathbf{R}^2$ , on ait a

$$*b = \frac{a^2 + b^2}{a + b}. \text{ Si } a + b \neq 0 \text{ et } a * b = 0 \text{ et si } a = 0 = b.$$

La proposition fausse est :

[www.ecoles-rdc.net](http://www.ecoles-rdc.net)

- la loi  $*$  est interne dans  $\mathbf{R}$
- la loi  $*$  est commutative dans  $\mathbf{R}$
- la loi  $*$  admet un élément neutre dans  $\mathbf{R}$
- la loi  $*$  confère à  $\mathbf{R}$  une structure de groupe commutatif
- la multiplication est distributive par rapport à la loi  $*$  dans  $\mathbf{R}$

31. On définit dans l'intervalle  $E = ]-1, 1[$  une loi  $*$  qui associe au couple

des réels  $(a, b)$  élément de  $E^2$ , le réel  $a * b = \frac{a + b}{1 + ab}$ . La loi  $*$

- est une loi de composition externe et non interne
- associe à chaque élément  $x$  deux symétriques  $x_1$  et  $x_2$  tels que  $x_1 = -x_2$
- confère à  $(E, *)$  la même structure que celle de  $(\mathbf{N}, +)$
- confère à  $(E, *)$  une structure de demi-groupe
- confère à  $(E, *)$  une structure de groupe abélien

6

$$\rightarrow \left(\frac{3}{2} + 1\right)$$

$$-\left(\frac{3}{2} + 2\right) = -\frac{3+2}{2}$$

$$-\frac{3+2}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$x + e + 1 = x$$

$$2x + 2e + 1 = 2x$$

$$2x + 1 = 2x$$

$$2e + 1$$

$$2e = -1$$

$$e = -\frac{1}{2}$$

$$x +$$

$$x +$$

$$x +$$